

2. Puissance

2.1 Définitions et notations

Définition 2.1.1 — Puissance. a désigne un nombre relatif et n un nombre entier. Le produit $\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$ de n facteurs égaux à a est une puissance de a et est notée a^n .

R Voici quelques cas particuliers :

- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$
- a^2 se lit a au carré
- a^3 se lit a au cube

Exercice 2.1 Calculer les puissances suivantes :

- 3^5
- $(-2)^3$
- 10^4

Définition 2.1.2 — Puissance d'un exposant négatif. a désigne un nombre relatif non nul et n un entier. a^{-n} désigne l'inverse de a^n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

R $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$

Exercice 2.2 Calculer les puissances suivantes :

- 3^{-2}
- $(-2)^{-3}$
- 10^{-4}

2.2 Règles de calcul

Propriété 2.2.1 Soit a et b deux nombres et n et p deux entiers alors :

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $(a^n)^p = a^{n \times p}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

Exercice 2.3 Ecrire sous la forme d'une puissance de 5.

• $A = 5^4 \times 5^2$

• $D = (5^4)^4$

• $B = 5^5 \times 5^{-2}$

• $E = (5^{-4})^3$

• $C = \frac{5^5}{5^3}$

• $F = \frac{5^7 \times 5^{-3}}{5^2 \times 5^5}$

2.3 Ecriture scientifique

Définition 2.3.1 — Ecriture scientifique. Écrire un nombre décimal en écriture scientifique, c'est l'écrire sous la forme suivante :

$$a \times 10^n$$

avec a un nombre décimal compris entre 1 et 10 (exclu) et n un entier relatif.

Exemple 2.3.1 Voici quelques exemples d'écriture scientifique :

- $200 = 2 \times 100 = 2 \times 10^2$
- $3500 = 3,5 \times 1000 = 3,5 \times 10^3$
- $25800000 = 2,58 \times 10000000 = 2,58 \times 10^7$
- $0,02 = 2 \times 0,01 = 2 \times 10^{-2}$
- $0,00038 = 3,8 \times 0,0001 = 3,8 \times 10^{-4}$

Exercice 2.4 Convertir les nombres suivants en écriture scientifique :

- 458000000
- 0,00000546
- 25

Exercice 2.5 Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous forme d'écriture scientifique.

- $A = 2,8 \times 10^6 \times 3 \times 10^{12}$
- $B = \frac{4,2 \times 10^4}{3 \times 10^{-5}}$

2.4 Problèmes

Sans Calculatrice

Exercice 2.6 L'aire globale de la Terre est d'environ $5 \times 10^8 \text{ km}^2$. L'aire des océans est d'environ $3,5 \times 10^8 \text{ km}^2$.

1. Déterminer la surface de terre émergée.
2. Déterminer le pourcentage que représente les océans par rapport à la surface globale de la Terre.

Exercice 2.7 A la naissance, notre cerveau est constitué d'environ cent milliards de neurones, chacun d'entre eux étant connecté à dix mille de ses semblables.

1. Ecrire le nombre de neurone d'un cerveau d'un nouveau né en écriture scientifique.
2. Déterminer le nombre de connexions dans un cerveau. Le résultat sera donné en écriture scientifique.

Avec Calculatrice

Exercice 2.8 Cette légende se déroule 3000 ans av JC. Le roi Belkib promet une récompense à qui lui proposerait une distraction qui le satisferait. Lorsque le sage Sissa lui présenta le jeu d'échecs, le souverain lui demanda ce qu'il souhaiterait en échange de ce plateau. Sissa lui demanda de déposer un gain de blé sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, huit sur la quatrième et ainsi de suite en doublant la quantité de blé à chaque case.

1. Ecrire sous la forme d'une puissance de 2 le nombre de grain de blé sur la 64ième case.
2. A l'aide d'un tableur, déterminer le nombre de grains de blé contenu sur le plateau.
3. Sachant de 1000 grains de blé pèsent 50g, déterminer en tonnes la masse de blé sur le plateau.

4. Sachant que la production mondiale actuelle de blé est de 744 million de tonnes par an. Combien de temps faudrait-il pour honorer la promesse du roi ?