4. Étude de fonctions

4.1 Retour sur la notion de fonction

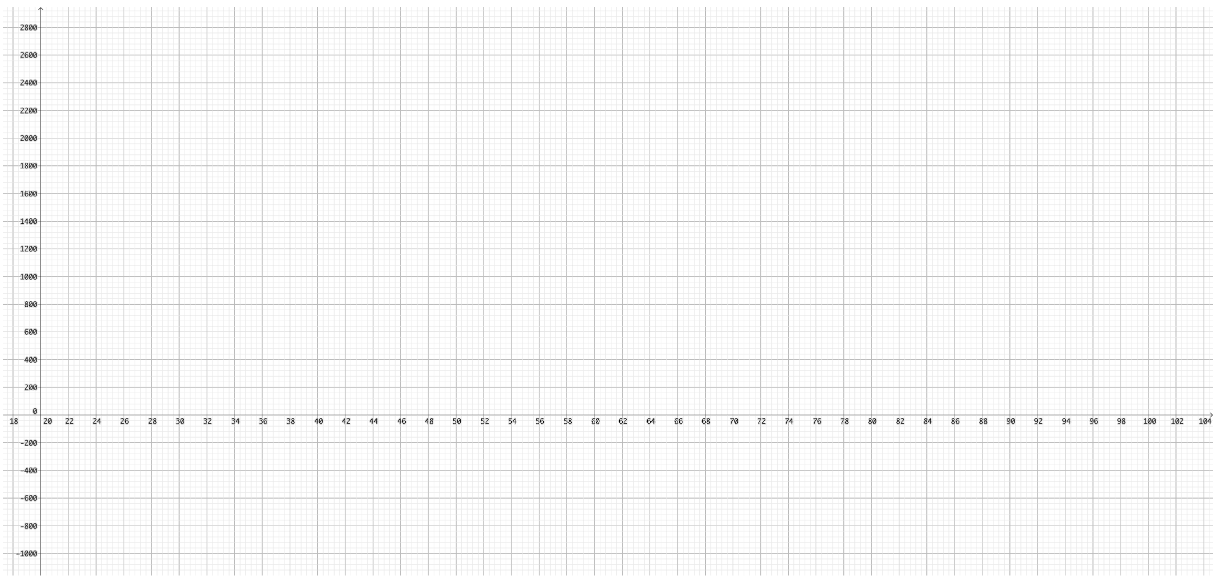
Exercice 4.1 Le gérant d'un hôtel réalise une étude sur le taux d'occupation des chambres. En désignant par x ce taux exprimé en %, on montre que le bénéfice, en euros, en fonction de x est modélisé par une fonction f sur l'intervalle $[20;100]$ telle que :

$$f : x \mapsto -x^2 + 160x - 3900$$

1. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f.

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$f(x)$										

2. Construire la représentation de la fonction f dans le repère ci-dessous.



3. Construire le tableau de variation de la fonction f.
4. Pour quelle taux d'occupation, le bénéfice est-il maximal ?
5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 2200$
6. Donner une interprétation des résulats obtenus à la question précédente.

4.2 Fonctions dérivée des fonctions de références

Voici un tableau regroupant les principales règles de dérivation :

$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$ku(x)$	$ku'(x)$

4.3 Applications de la dérivée.

Considérerons une fonction numérique f, définie et dérivable sur un intervalle I.

Propriété 4.3.1 Le sens de variation dépend su signe de la dérivée :
- Si $f'(x) = 0$ alors la fonction f est constante.
- Si $f'(x) > 0$ alors la fonction f est croissante.
- Si $f'(x) < 0$ alors la fonction f est décroissante.

Si pour une valeur de x_0 de I, $f'(x_0) = 0$ avec changement de signe, alors la fonction f passe par un extremum x_0.

x		x_0	
f '(x)	-	0	+
Sens de variation de f	$\searrow$	minimum	$\nearrow$

x		x_0	
f '(x)	+	0	-
Sens de variation de f	$\nearrow$	maximum	$\searrow$